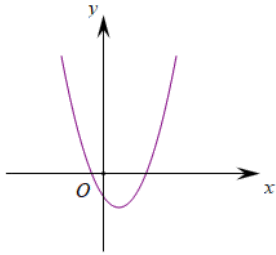
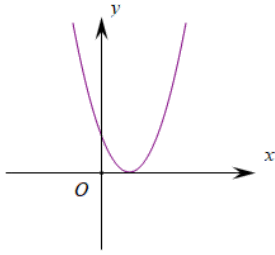
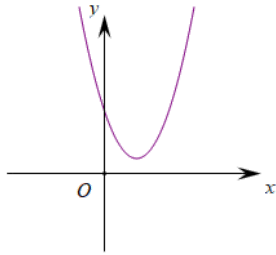


第3讲 二次函数与方程、不等式

一、二次函数与坐标轴交点

①二次函数与 y 轴交点坐标：令 _____，得 _____，因此与 y 轴交点坐标为 _____

②二次函数与 x 轴交点坐标：令 _____，得 _____，因此方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的解可以看做函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象与 x 轴交点的 _____，交点的个数决定方程解的个数。

			
与 x 轴交点个数	_____	_____	_____
判别式	_____	_____	_____
根的情况	_____	_____	_____

举个“栗子”

栗子1

1. 抛物线 $y = x^2 - 3x + 2$ 与 y 轴交点的坐标为 () .

- A. (0,2) B. (1,0) C. (2,0) D. (0,-3)

栗子2

2. 若抛物线 $y = 2x^2 - 3x - k$ 与 x 轴没有交点，则 k 的取值范围为 () .

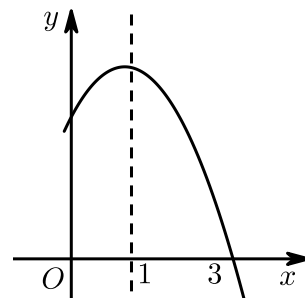
- A. $k \leq -\frac{9}{8}$ B. $k < -\frac{9}{8}$ C. $k \geq -\frac{9}{8}$ 且 $k \neq 0$ D. $k > -\frac{9}{8}$ 且 $k \neq 0$

3. 已知函数 $y = (k-3)x^2 + 2x + 1$ 的图象与 x 轴有交点，则 k 的取值范围是 () .

- A. $k < 4$ B. $k \leq 4$ C. $k < 4$ 且 $k \neq 3$ D. $k \leq 4$ 且 $k \neq 3$

栗子3

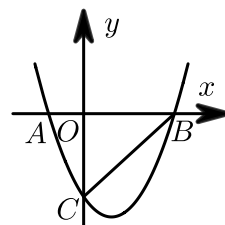
4. 已知二次函数 $y = -x^2 + 2x + m$ 的部分图象如图所示，则关于 x 的一元二次方程 $-x^2 + 2x + m = 0$ 的解为 _____ .



5. 已知二次函数 $y = x^2 - 3x + m$ (m 为常数) 的图象与 x 轴的一个交点为 $(1, 0)$, 则关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 3x + m = 0$ 的两实数根是 () .
- A. $x_1 = 1, x_2 = -1$ B. $x_1 = 1, x_2 = 2$ C. $x_1 = 1, x_2 = 0$ D. $x_1 = 1, x_2 = 3$

栗子4

6. 如图, 二次函数 $y = x^2 - 2x - 3$ 的图象与 x 轴交于 A 、 B 两点, 与 y 轴交于点 C , 则下列说法错误的是 () .



- A. $AB = 4$ B. $\angle OCB = 45^\circ$
- C. 当 $x > 3$ 时, $y > 0$ D. 当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而减小

栗子5

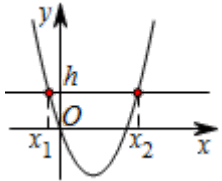
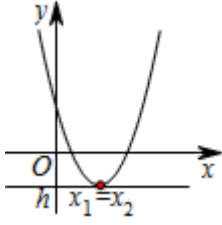
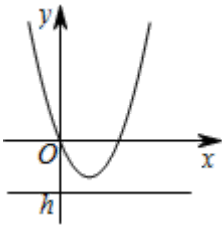
7. 根据下列表格中的对应值, 判断一元二次方程 $x^2 - 4x + 2 = 0$ 的解的取值范围是 () .

x	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
$x^2 - 4x + 2$	2	0.25	-1	-1.75	-2	-1.75	-1	0.25	2

- A. $0 < x < 0.5$, 或 $3.5 < x < 4$ B. $0.5 < x < 1$, 或 $3 < x < 3.5$
- C. $0.5 < x < 1$, 或 $2 < x < 2.5$ D. $0 < x < 0.5$, 或 $3 < x < 3.5$

二、二次函数与平行于 x 轴直线交点

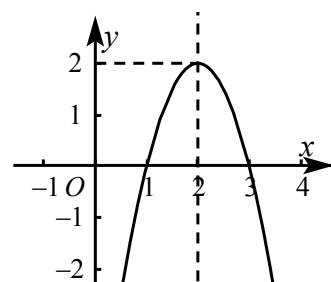
求抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与直线 $y = h$ 的交点:

$ax^2 + bx + c - h = 0$ 的判别式 Δ	图象 (以 $a > 0$ 为例)	与直线 $y = h$ 的交点情况	一元二次方程根的情况
Δ _____		有 _____ 个交点	有 _____ 的实数根
Δ _____		有 _____ 个交点	有 _____ 的实数根
Δ _____		_____	_____ 实数根

🔗 举个“栗子”

栗子6

8. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示，根据图象可知：方程 $ax^2 + bx + c = k$ 有两个不相等的实数根，则 k 的取值范围为 _____ .



栗子7

9. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 图象上部分点的坐标满足下表：

x	...	-3	-2	-1	0	1	...
y	...	-3	-2	-3	-6	-11	...

若关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c - m = 0$ 有两个不相等的实数根，则 m 的取值范围是 _____ .

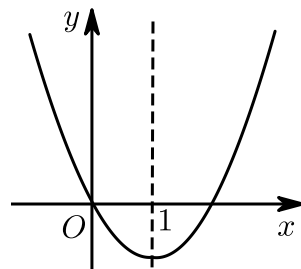
栗子8

- 10.

已知函数 $y = 3 - (x - m)(x - n)$, $m < n$, 并且 a, b ($a < b$) 是方程 $3 - (x - m)(x - n) = 0$ 的两个根, 则实数 m, n, a, b 的大小关系可能是 _____. (用“<”号连接)

独步天下1

11. 二次函数 $y = x^2 + bx$ 的图象如图, 对称轴为直线 $x = 1$, 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 + bx - t = 0$ (t 为实数) 在 $-1 < x < 4$ 的范围内有解, 则 t 的取值范围是 ().



A. $t \geq -1$

B. $-1 \leq t < 3$

C. $-1 \leq t < 8$

D. $3 < t < 8$

三、二次函数与一次函数交点

求二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 与一次函数 $y = mx + n$ 的交点:

联立两个函数解析式, 整理可得 _____, 方程的根即两个函数交点的横坐标;

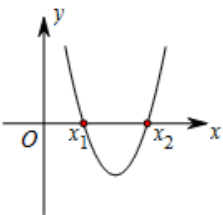
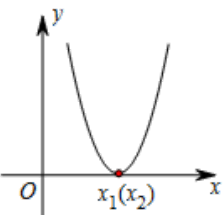
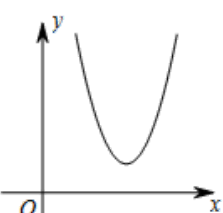
由方程根的情况, 确定二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象与直线 $y = mx + n$ 位置关系

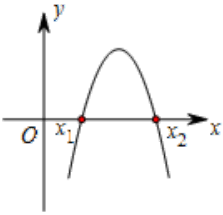
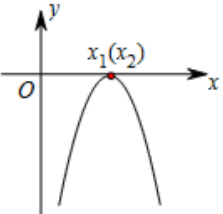
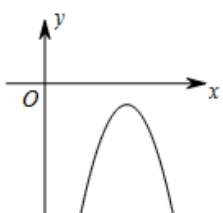
$ax^2 + (b - m)x + (c - n) = 0$ 的判别式 Δ	图象 (以 $a > 0$ 为例)	与直线 $y = mx + n$ 的交点情况	一元二次方程根的情况
Δ _____		有 _____ 个交点	有 _____ 的实数根
Δ _____		有 _____ 个交点	有 _____ 的实数根
Δ _____		_____	_____ 实数根

- (2) 求抛物线 $y_1 = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴的另一个公共点的坐标 (用含 a, c 的式子表示) .
- (3) 若直线 $y_2 = 2x + m$ 经过点 B 且与抛物线 $y_1 = ax^2 + bx + c$ 交于另一点 $C\left(\frac{c}{a}, b+8\right)$, 求当 $x \geq 1$ 时 , y_1 的取值范围 .

四、 根据函数图象求不等式的解集

1. “ $ax^2 + bx + c > 0$ ”型不等关系

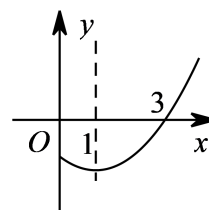
	图象	与 x 轴的交点情况	$ax^2 + bx + c > 0$ 的解集	$ax^2 + bx + c < 0$ 的解集
$a > 0$		有 ____ 个交点	_____	_____
		有 ____ 个交点	_____ _____	_____
		____ 交点	_____	_____

	图象	与 x 轴交点情况	$ax^2 + bx + c > 0$ 的解集	$ax^2 + bx + c < 0$ 的解集
$a < 0$		有 ____ 个交点	_____	_____
		有 ____ 个交点	_____	_____
		____ 交点	_____	_____

🧠 举个“栗”子

栗子12

16. 如图是抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的一部分，其对称轴为直线 $x = 1$ ，若其与 x 轴一交点为 $B(3, 0)$ ，则由图象可知，不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集 _____ .



栗子13

17. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 中，函数 y 与自变量 x 的部分对应值如表：

x	...	-1	0	1	2	3	...
y	...	10	5	2	1	2	...

则当 $y < 5$ 时， x 的取值范围是 () .

- A. $x < 0$ 或 $x > 5$ B. $0 < x < 5$ C. $x < 0$ 或 $x > 4$ D. $0 < x < 4$

栗子14

18. 若二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图象于 x 轴的交点坐标分别为 $(x_1, 0)$, $(x_2, 0)$, 且 $x_1 < x_2$, 图象上有一点 $M(x_0, y_0)$ 在 x 轴下方, 对于以下说法:

① $b^2 - 4ac > 0$; ② $x = x_0$ 是方程 $ax^2 + bx + c = y_0$ 的解; ③ $x_1 < x_0 < x_2$; ④

$$a(x_0 - x_1)(x_0 - x_2) < 0.$$

其中正确的是 ().

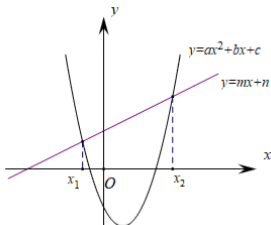
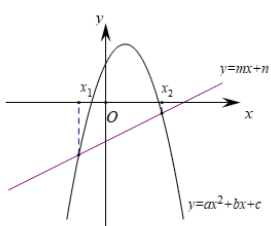
A. ①③④

B. ①②④

C. ①②③

D. ②③

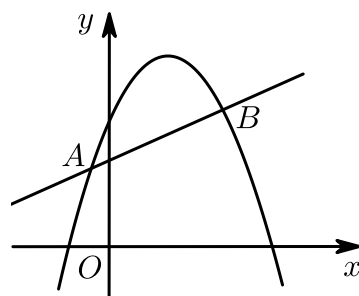
2. 物线 $y_1 = ax^2 + bx + c$, 直线 $y_2 = mx + n (m > 0)$ 的不等关系

	图象	解集
$a > 0$		$ax^2 + bx + c > mx + n$ 的解集为 _____
		— $ax^2 + bx + c = mx + n$ 的解为 _____
		$ax^2 + bx + c < mx + n$ 的解集为 _____
$a < 0$		$ax^2 + bx + c < mx + n$ 的解集为 _____
		— $ax^2 + bx + c = mx + n$ 的解为 _____
		$ax^2 + bx + c > mx + n$ 的解集为 _____

🍎 举个“栗”子

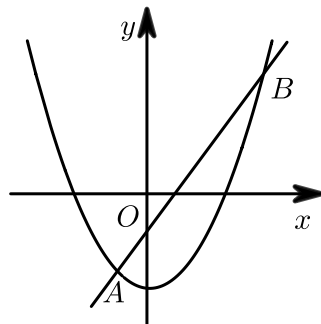
栗子14

19. 如图, 直线 $y = mx + n$ 与抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 交于 $A(-1, p)$, $B(4, q)$ 两点, 则关于 x 的不等式 $mx + n > ax^2 + bx + c$ 的解集是 _____.



栗子15

20. 如图，抛物线 $y = ax^2 + c$ 与直线 $y = mx + n$ 交于 $A(-1, p)$ ， $B(3, q)$ 两点，则不等式 $ax^2 + mx + c > n$ 的解集是 _____。



栗子16

21. 直线 $y = mx + n$ 和抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 在同一坐标系中位置如图所示，那么不等式 $mx + n < ax^2 + bx + c < 0$ 的解集是 _____。

